

**Teorijska pitanja:**

**P1.** Kako glasi Gausov zakon u integralnom [1], i diferencijalnom obliku [1]? Ako je  $\sigma_0$  površinska gustina naelektrisanja na površi metalnog tela u vakumu, odrediti vektor jačine  $\mathbf{E}$  električnog polja na površi tog tela [2].

**P2.** Odrediti raspodelu vektora jačine polja  $\mathbf{E}$  [2] i potencijala  $V$  [2] za usamljenu metalnu sferu poluprečnika  $a$ , naelektrisanu količinom naelektrisanja  $-Q$ , u vakuumu. Gotove formule se ne buduju !

**P3.** Kako se definiše vektor polarizacije dielektrika  $\mathbf{P}$  [1]? Izvesti izraz za kapacitivnost

pločastog kondenzatora, površine ploča  $P$  koje se nalaze na rastojanju  $b$ , sa vakuumskim dielektrikom [3]. Gotova formula se ne buduje! Kolika je energija ovog kondenzatora [2] ?

**P4.** Definirati stacionarno strujno polje [1]. Jednačina kontinuiteta za stacionarno strujno polje [1]. Omov zakon u lokalnom i integralnom obliku [1].

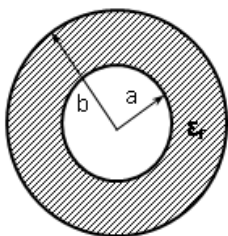
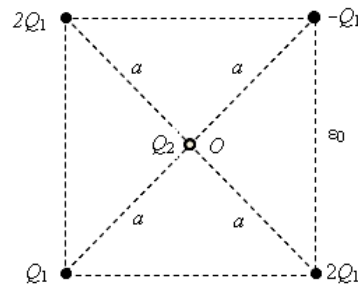
**P5.** U paralelnoj vezi snage otpornika  $R_1$  i  $R_2$  odnose se kao 2:1. Kakav će biti odnos snaga kada se ovi otpornici povežu redno [3]?

**Zadaci:**

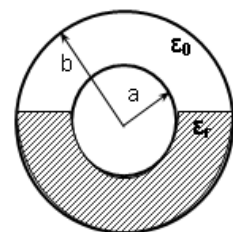
**Z1.** Četiri puntkualna naelektrisanja leže u temenima kvadrata dijagonale  $2a$ , kao na slici. Sredina je vakuum. Odrediti:

- Potencijal električnog polja u centru kvadrata [3].
- Brzinu  $v$  koju u centru kvadrata ima mala uljna kapljica mase  $m$  i naelektrisanja  $Q_2$  koja dolazi iz beskonačnosti polazeći iz stanja mirovanja [4]. Uticaj gravitacije zanemariti.
- Kulonovu silu  $F$  koja deluje na uljnu kapljicu u centru kvadrata [3].

**Podaci:**  $Q_1 = -Q_2 = 0.1 \text{ nC}$ ,  $m = 0.4 \text{ g}$ ,  $a = 4.5 \text{ cm}$ .



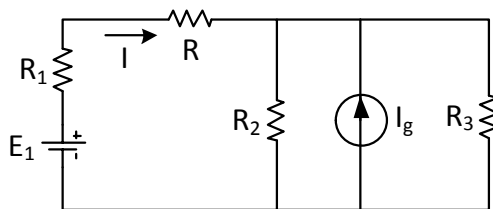
**Z2.** Sferni kondenzator (slika levo) u potpunosti je ispunjen tečnim, homogenim dielektrikom relativne permitivnosti  $\epsilon_r$ . Odrediti kapacitivnost ovog kondenzatora [2]. Zatim je kroz rupicu na spoljašnjoj elektrodi iscurila polovina dielektrika (slika desno). Odrediti novu kapacitivnost ovog kondenzatora [6]. **Podaci:**  $a = 1 \text{ cm}$ ,  $b = 2 \text{ cm}$ ,  $\epsilon_r = 3$ .



**Z3.** Za kolo vremenski konstantne struje sa slike odrediti:

- struju  $I$  kroz otpornik  $R$  [3],
- snagu baterije  $E_1$  [2],
- snagu strujnog izvora  $I_g$  [2].

**Podaci:**  $I_g = 0.25 \text{ A}$ ,  $E_1 = 100 \text{ V}$ ,  $R = 130 \text{ }\Omega$ ,  $R_1 = 100 \text{ }\Omega$ ,  $R_2 = 200 \text{ }\Omega$  i  $R_3 = 300 \text{ }\Omega$ .



**Z4.** Na kontaktima nekog akumulatora izmeren je u praznom hodu napon od  $12 \text{ V}$ . Nakon priključivanja potrošača  $R = 5 \text{ }\Omega$  napon na kontaktima akumulatora padne na  $10 \text{ V}$ . Odrediti

- unutrašnju otpornost ovog akumulatora  $R_g$  [2],
- snagu termičke disipacije na potrošaču [1],
- snagu Džulovih gubitaka u akumulatoru [1],
- koliku je otpornost i kako potrebno priključiti potrošaču da bi se na njemu razvijala maksimalna snaga [3].

### Rešenja:

**P5.**  $P_1 = U^2/R_1$ ,  $P_2 = U^2/R_2$ ,  $P_1/P_2 = 2:1$ , sledi  $R_2 = 2R_1$ . U rednoj vezi struja je ista, pa je  $P_1 = R_1 I^2$ , a  $P_2 = R_2 I^2 = 2R_1 I^2$ . Dakle  **$P_1/P_2 = 1:2$** .

$$\mathbf{Z1. a)} V_0 = V_0(Q_1) + V_0(-Q_1) + V_0(2Q_1) + V_0(2Q_1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4 \cdot Q_1}{a} = \frac{1}{4\pi} \frac{4 \cdot 0.1 \cdot 10^{-9}}{\frac{10^{-9}}{36\pi}} = 80V$$

**b)**  $A = Q_2(V_\infty - V_0) = \frac{1}{2} m(v_0^2 - v_\infty^2)$ . Kako je  $V_\infty = 0$  i  $v_\infty = 0$ , dobija se  $-Q_2 V_0 = \frac{1}{2} m v_0^2$ . Konačno :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2|Q_2|V_0}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.1 \cdot 10^{-9} \cdot 80}{0.4 \cdot 10^{-3}}} = 2\sqrt{10} \cdot 10^{-3} [\text{m/s}] \approx 6.32 [\text{mm/s}].$$

$$\mathbf{c)} F_{R1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Q_1 \cdot |Q_2|}{a^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{2 \cdot (0.1 \cdot 10^{-9})^2}{\frac{10^{-9}}{36\pi}} = 89 [\text{nN}] \text{ po dijagonali, sa smerom prema } Q_1.$$

$$\mathbf{Z2. Prvobitna : } C = \frac{Q}{U} = \frac{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}{1/a - 1/b} = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{ab}{b-a} = 4\pi \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot 3 \frac{1 \cdot 2}{2-1} 10^{-2} = \frac{20}{3} 10^{-12} F = 6.67 \text{ pF}$$

Primenom graničnih uslova sledi  $E_0 = E_1 = E$ .  $D_0 = \epsilon_0 E$  u vazduhu i  $D_1 = \epsilon_0 \epsilon_r E$  u dielektriku.

Generalisani Gausov zakon  $\oint_s D dS = Q$  daje  $D_0 \cdot 2\pi r^2 + D_1 \cdot 2\pi r^2 = Q$  tj.  $2\pi r^2 \epsilon_0 \cdot E(1 + \epsilon_r) = Q$ ,

$$E(r) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1+\epsilon_r)} \frac{1}{r^2}, \text{ a } U = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1+\epsilon_r)} \int_a^b \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1+\epsilon_r)} \left(-\frac{1}{r}\right) \Big|_a^b = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0(1+\epsilon_r)} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right).$$

$$\text{Nova kapacitivnost je } C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0(1+\epsilon_r)}{1/a - 1/b} = 2\pi\epsilon_0(1+\epsilon_r) \frac{ab}{b-a} = \frac{40}{9} \text{ pF} = 4.44 \text{ pF}.$$

$$\mathbf{Z3.} \text{ Metodom napona čvorova dobija se } \left( \frac{1}{R+R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) \cdot V_1 = I_g + \frac{E_1}{R+R_1}. \text{ Rešavanjem}$$

$$V_1 = 54 [\text{V}]. \text{ Struja } I = \frac{E_1 - V_1}{R+R_1} = \frac{100-54}{130+100} = \frac{46}{230} = 0.2 [\text{A}].$$

$$P_{E1} = E_1 I = 100 \cdot 0.2 = 20 [\text{W}],$$

$$P_{I_g} = V_1 \cdot I_g = 54 \cdot 0.25 = 13.5 [\text{W}]$$

**Z4.**  $E = 12V$ ,  $U = 10V$  to je napon na potrošaču  $R = 5\Omega$ , znači struja kroz kolo je  $I = U/R = 10/5 = 2A$ .

$U = E - R_g I$ , pa je  **$R_g = 1\Omega$** .  $P = RI^2 = 5 \cdot 2^2 = 20W = P$ .  $P_g = R_g I^2 = 1 \cdot 2^2 = 4W = P_g$ . Da bi se prenela maksimalna snaga treba da vazi  $R = R_g$ , a kako je  $R > R_g$ , treba paralelno  $R$  vezati otpornik  $R_x$  tako da bude  $R || R_x = (R \cdot R_x)/(R + R_x) = 1\Omega$ , što je tačno za  **$R_x = 5/4\Omega$** .